

Программа вступительных испытаний
по учебному предмету «Математика»
для лиц, имеющих общее среднее образование,
для получения высшего образования I ступени
или среднего специального образования,
2018 год

I. ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЙ К УСВОЕНИЮ УЧЕБНЫЙ МАТЕРИАЛ

Числа и вычисления

Натуральные числа. Сложение, вычитание, умножение и деление натуральных чисел. Сравнение натуральных чисел. Квадрат и куб натурального числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Четные и нечетные числа. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Деление с остатком. Разложение натурального числа на простые множители. Общий делитель, наибольший общий делитель. Общее кратное, наименьшее общее кратное.

Целые числа. Действия над целыми числами.

Обыкновенные дроби. Правильные и неправильные дроби. Основное свойство дроби. Сокращение обыкновенных дробей. Сравнение обыкновенных дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление обыкновенных дробей.

Десятичные дроби. Сравнение десятичных дробей. Сложение, вычитание, умножение и деление десятичных дробей. Приближенное значение числа. Округление чисел.

Рациональные числа. Действия над рациональными числами.

Иррациональные числа. Действительные числа. Координатная прямая. Изображение чисел на координатной прямой. Модуль действительного числа. Геометрический смысл модуля.

Проценты. Пропорция. Основное свойство пропорции. Прямая и обратная пропорциональность.

Степень с натуральным и целым показателем.

Степень с рациональным показателем.

Степень с действительным показателем.

Логарифм числа. Десятичный логарифм.

Радиан. Число π .

Синус, косинус, тангенс, котангенс числа.

Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

Выражения и их преобразования

Числовые выражения. Алгебраические выражения. Тожественно равные выражения. Формулы сокращенного умножения:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b);$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

Одночлен и многочлен. Сложение, вычитание, умножение многочленов, деление многочлена на одночлен. Разложение многочлена на множители. Тожественные преобразования многочленов.

Рациональные дроби. Основное свойство дроби. Действия над алгебраическими дробями. Тожественные преобразования рациональных выражений.

Квадратный трехчлен. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.

Корень n -й степени ($n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$), его свойства для случаев четного и нечетного значений числа n . Арифметический корень. Свойства арифметических корней.

Свойства степеней с натуральным и целым показателями.

Свойства степеней с рациональными показателями.

Основное логарифмическое тождество.

Логарифм произведения, степени, частного. Переход к логарифму с другим основанием.

Тожественные преобразования выражений, содержащих логарифмы.

Соотношения между синусом, косинусом, тангенсом и котангенсом одной переменной.

Формулы сложения.

Формулы приведения.

Формулы для $\cos 2\alpha$, $\sin 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$.

Представление произведением выражений $\cos \alpha \pm \cos \beta$, $\sin \alpha \pm \sin \beta$.

Тожественные преобразования тригонометрических выражений.

Уравнения и неравенства

Уравнения. Корень уравнения. Равносильные уравнения.

Линейные уравнения.

Квадратное уравнение. Формулы корней квадратного уравнения.

Теорема Виета.

Рациональные уравнения.

Иррациональные уравнения.

Тригонометрические уравнения.

Числовые неравенства, их геометрическая интерпретация. Свойства числовых неравенств.

Неравенства с одной переменной. Решение неравенств с одной переменной. Двойные неравенства. Равносильные неравенства.

Линейные неравенства.

Квадратные неравенства.

Рациональные неравенства.

Системы линейных, квадратных, рациональных уравнений с двумя переменными.

Системы линейных, квадратных, рациональных неравенств с одной переменной. Двойные неравенства. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.

Координаты и функции

Линейные и столбчатые диаграммы.

Координатный луч. Координата точки.

Координатная прямая и координатная плоскость. Определение координат точки на координатной прямой и на координатной плоскости. Построение точки по ее координатам.

Прямоугольная система координат. Расстояние между двумя точками на координатной плоскости.

Понятие функции. Область определения функции. Область (множество) значений функции. Способы задания функции. График функции. Нули функции. Промежутки, где функция сохраняет свой знак. Четность и нечетность функции. Периодичность функции. Возрастание и убывание функции. Максимумы и минимумы функции.

График уравнения с двумя переменными. Уравнения прямой и окружности. Геометрическая интерпретация решений системы двух уравнений с двумя переменными.

Функция $y = ax + b$, ее свойства и график.

Функция $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), ее свойства и график.

Функция $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), ее свойства и график.

Функция $y = x^3$, ее свойства и график.

Функция $y = \sqrt{x}$, ее свойства и график.

Функция $y = |x|$, ее свойства и график.

Функция $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$), ее свойства и график.

Функция $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$), ее свойства и график.

Функция $y = \sin x$, ее свойства и график.

Функция $y = \cos x$, ее свойства и график.

Функция $y = \operatorname{tg} x$, ее свойства и график.

Степенная функция с рациональным показателем.

Числовая последовательность. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессии.

Геометрические фигуры и их свойства

Точка, прямая, плоскость.

Луч, отрезок, угол.

Биссектриса угла.

Центрально-симметричные и осесимметричные фигуры.

Вертикальные углы, смежные углы.

Многоугольник. Стороны, углы, диагонали многоугольника.

Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Прямоугольный, остроугольный, тупоугольный треугольники. Свойство биссектрисы треугольника. Свойство медианы треугольника. Соотношения между сторонами и углами произвольного и прямоугольного треугольника.

Равенство треугольников. Признаки равенства треугольников.

Равнобедренный треугольник. Свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Равносторонний треугольник.

Параллельные прямые. Признаки параллельности прямых. Свойства параллельных прямых.

Перпендикулярные прямые. Перпендикуляр и наклонная.

Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Свойство биссектрисы угла.

Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Теорема Фалеса.

Подобие треугольников. Коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников. Свойство площадей подобных треугольников.

Теорема Пифагора.

Средняя линия треугольника и ее свойства. Средняя линия трапеции и ее свойства.

Сумма углов треугольника. Внешний угол треугольника. Неравенство треугольника.

Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Дуга окружности.

Взаимное расположение прямой и окружности. Касательная к окружности.

Центральные и вписанные углы.

Замечательные точки треугольника. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник.

Вписанные и описанные четырехугольники.

Теорема синусов. Теорема косинусов. Решение треугольников.

Правильные многоугольники.

Взаимное расположение точек, прямых и плоскостей.

Параллельные прямые в пространстве. Признак параллельности прямых.

Прямая, параллельная плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.

Скрещивающиеся прямые. Признак скрещивающихся прямых. Угол между прямыми в пространстве.

Параллельные плоскости. Признак параллельности плоскостей.

Свойства параллельных прямых и плоскостей в пространстве.

Перпендикулярные прямые.

Прямая, перпендикулярная плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Теорема о трех перпендикулярах.

Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла.

Перпендикулярные плоскости. Признак перпендикулярности плоскостей.

Свойства перпендикулярных прямых и плоскостей.

Многогранники и их изображения.

Призма, прямая и правильная призма, параллелепипед. Пирамида, правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Цилиндр. Осевое сечение цилиндра. Развертка боковой поверхности цилиндра.

Конус. Осевое сечение конуса. Развертка боковой поверхности конуса. Усеченный конус.

Сфера. Шар. Сечения сферы и шара плоскостью. Касательная плоскость к сфере.

Геометрические величины

Длина отрезка. Расстояние между двумя точками. Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми.

Длина ломаной. Периметр многоугольника.

Длина окружности и ее дуги.

Площадь круга и его сектора.

Измерения центральных и вписанных углов.

Площадь фигуры. Площадь треугольника, параллелограмма, прямоугольника, ромба, квадрата, трапеции.

Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между параллельными прямыми. Расстояние между параллельными прямой и плоскостью. Расстояние между параллельными плоскостями.

Угол между прямыми. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Мера двугранного угла. Угол между плоскостями.

Площади боковой и полной поверхностей призмы. Площадь боковой и полной поверхности прямой призмы.

Площади боковой и полной поверхностей пирамиды.

Объем тела. Объем призмы. Объем пирамиды.

Площадь сферы.

Площади боковой и полной поверхностей цилиндра.

Площади боковой и полной поверхностей конуса.

Объем цилиндра. Объем конуса. Объем шара.

Геометрические построения

Построение прямого угла с помощью угольника.

Построение угла с данной градусной мерой с помощью транспортира.

Круговые диаграммы.

Построение с помощью циркуля и линейки серединного перпендикуляра к отрезку; угла, равного данному; биссектрисы угла.

Деление отрезка на пропорциональные части.

Построение правильного треугольника, четырехугольника и шестиугольника.

Сечения многогранников плоскостями.

II. ТРЕБОВАНИЯ К ПОДГОТОВКЕ АБИТУРИЕНТОВ

Числа и вычисления

Уметь проводить вычисления, обеспечивающие практические потребности: складывать, вычитать, умножать, делить действительные числа; находить значения степени числа с натуральным и целым показателем; выполнять действия над числами, записанными в стандартном виде.

Уметь определять порядок выполнения действий в числовых выражениях и находить их значение; находить значение выражения с переменными при данных значениях переменных; сравнивать значения выражений.

Уметь округлять числа и результаты вычислений с заданной точностью.

Уметь находить модуль числа, знать геометрический смысл модуля числа. Уметь контролировать вычисления оценкой результата на правдоподобие, прикидкой, повторным вычислением, решением одной из обратных задач.

Знать основные числовые множества и их обозначения; знать, как обозначаются числовые промежутки, и уметь пользоваться этими обозначениями при решении задач.

Уметь переводить градусную меру углов в радианную и наоборот.

Уметь находить значения $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \alpha$ при α , равном $0; \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{2}; \pi; \frac{3\pi}{2}; 2\pi$, в случае существования этих значений.

Уметь находить значения $\arcsin a$, $\arccos a$ при a , равном $0; \pm \frac{1}{2}; \pm \frac{\sqrt{2}}{2}; \pm \frac{\sqrt{3}}{2}; \pm 1$, и $\operatorname{arctg} a$ при a , равном $0; \pm \frac{\sqrt{3}}{3}; \pm \sqrt{3}; \pm 1$.

Выражения и их преобразования

Уметь находить область определения выражения с переменной.

Уметь выполнять тождественные преобразования рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических выражений.

Уравнения и неравенства

Знать и правильно использовать термины: уравнения; равносильные

уравнения, равносильные неравенства; следствие уравнения; следствие неравенства.

Уметь решать линейные, квадратные уравнения и простейшие рациональные уравнения, сводящиеся к ним.

Уметь решать иррациональные уравнения и уравнения, сводящиеся к ним.

Уметь решать системы уравнений с двумя переменными (системы линейных уравнений и системы, в которых одно уравнение линейное, а второе — квадратное).

Уметь решать неравенства, двойные неравенства, системы неравенств первой и второй степени с одной переменной, неравенства и системы, сводящиеся к ним.

Уметь решать простейшие тригонометрические уравнения и уравнения, сводящиеся к ним. Уметь решать простейшие тригонометрические уравнения $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, $\operatorname{ctg} x = a$ и уравнения, сводящиеся к ним (методами разложения на множители, заменой переменной), однородные тригонометрические уравнения.

Уметь решать показательные и логарифмические уравнения на основании свойств показательной и логарифмической функций, с помощью разложения на множители, заменой переменной, решать однородные показательные уравнения

Уметь решать показательные и логарифмические неравенства на основании свойств показательной и логарифмической функций, с помощью разложения на множители, заменой переменной, решать однородные показательные неравенства.

Уметь решать простейшие уравнения и неравенства, которые содержат переменную под знаком модуля.

Применять графическую интерпретацию решения уравнений и систем уравнений, неравенств.

Уметь решать текстовые задачи с помощью уравнений, неравенств и их систем.

Координаты и функции

Уметь строить графики элементарных функций.

Уметь использовать свойства функций для решения задач.

Знать особенности графиков четной, нечетной, периодической функций.

Уметь интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную в таблицах и диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений. Использовать информацию, представленную в виде таблиц и диаграмм, для составления и решения задач

Уметь записывать уравнение окружности с заданным центром и радиусом. Уметь находить длину отрезка, зная координаты его концов.

Уметь использовать геометрические представления для решения и исследования уравнений, неравенств, систем.

Уметь находить разность арифметической и знаменатель геометрической

прогрессии. Находить n -й член и сумму n первых членов арифметической и геометрической прогрессий. Решать задачи на формулы n -го члена и суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий.

Геометрические фигуры и их свойства

Уметь применять свойства плоских фигур и основные отношения планиметрии.

Уметь применять свойства пространственных фигур и основные отношения стереометрии.

Уметь применять различные методы для решения геометрических задач.

Уметь решать задачи на доказательство и на вычисления.

Геометрические величины

Уметь вычислять значения геометрических величин.

Уметь находить расстояние от точки до плоскости, расстояние между параллельными прямыми, расстояние между параллельными прямой и плоскостью, расстояние между параллельными плоскостями.

Уметь находить угол между прямыми. Уметь находить угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями.

Геометрические построения

Уметь интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на круговых диаграммах, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений, изображать на круговых диаграммах информацию, отражающую свойства и характеристики реальных процессов и явлений

Уметь решать основные задачи на построение с помощью циркуля и линейки.

Уметь изображать геометрические фигуры.

Уметь строить сечения многогранников плоскостью на основании аксиом и следствий из них. Строить сечения многогранников плоскостью на основании теорем о параллельности прямой и плоскости.

Уметь строить сечения цилиндра плоскостью, параллельной и перпендикулярной оси цилиндра. Уметь строить сечение конуса плоскостью, перпендикулярной оси конуса.